*Logika w zastosowaniach kognitywistycznych*

# Wybrane logiczne teorie zmian przekonań

(notatki do wykładów)

Andrzej Wiśniewski
Andrzej.Wisniewski@amu.edu.pl

*wersja beta 1.3*

(na podstawie: Sven Ove Hansson: *Belief Revision From an Epistemological Point of View*, w: Ilkka Niiniluoto, Matti Sintonen, Jan Woleński (eds.), **Handbook of Epistemology**, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/ Boston/ London 2004).

**Historia**: zapraszam na wykład :)

**Przedmiot i wybrane założenia idealizacyjne**:

- Zakładamy, że "stan przekonań" (*belief state*, co po polsku lepiej oddaje zwrot "stan wiedzy") jest reprezentowany przez zbiór zdań. Nieco bardziej ściśle: niech ***K*** będzie stanem przekonań wyidealizowanego podmiotu. Przyjmujemy, że istnieje tzw. *support function* ***s***, której wartościami są zbiory zdań: ***s***(***K***) jest zbiorem zdań reprezentujących przekonania rozważanego podmiotu.
- Mówiąc o przekonaniach, mamy tu najczęściej na myśli to, co wcześniej nazwaliśmy całkowitymi przekonaniami. W każdym razie chodzi to o przekonania *niestopniowalne*: podmiot albo jest do czegoś przekonany, albo nie jest.
- Na poziomie analizy logicznej operujemy wyłącznie *językami zdaniowymi*, a nie językami pierwszego lub wyższych rzędów czy też językami, w których występują operatory modalne.

- W praktyce znaczy to, że używamy albo języka *KRZ*, albo jakiegoś jego "fragmentu". [Co to znaczy? Cóż, zapraszam na wykład.] Dalej zakładam, że *J* jest takim językiem.
- Interesują nas, najogólniej rzecz biorąc, (racjonalne) *zmiany* przekonań*.* Co jednak jest podmiotem zmian opisywanych przez rozważane teorie? Mamy dwa warianty:
  - zbiory przekonań (*belief sets*)
  - bazy przekonań (*belief bases*)

  Terminy te mają znaczenia techniczne, o czym dalej. W obu przypadkach mamy jednak do czynienia ze zbiorami zdań wyrażających odpowiednie przekonania. Na poziomie analizy logicznej zdanie te są reprezentowane przez formuły języka *J*.

- Podstawowe rozważane operacje na zbiorach/bazach przekonań to:
  - rozszerzanie (*expansion*)
  - kontrakcja (*contraction*)
  - rewizja (*revision*)

Uwaga: Prawie cała literatura dotycząca "belief revision" – także ta powstająca w Polsce – jest w języku angielskim. Nie upieram się, że powyższe propozycje przekładów są OK. Jakieś jednak zaproponować muszę :)

- Przyjmuje się następującą *zasadę rozkładalności*:
  - każda uprawniona (*legitimate*) zmiana przekonań jest rozkładalna na ciąg kontrakcji, rozszerzeń i rewizji.

Jest to raczej postulat metodologiczny niż stwierdzenie – psychologicznego, logicznego czy "kognitywnego" – stanu rzeczy.

## **Zbiory przekonań** (*belief sets*)

O zbiorach przekonań zakłada się, że są one *domknięte względem operacji konsekwencji* (logicznej).

Pod pojęciem konsekwencji, ***Cn***, rozumie się tu funkcję określoną na rodzinie wszystkich zbiorów formuł języka *J*, której wartościami są zbiory formuł tego języka, spełniającą następujące warunki:

(*i*) $X \subseteq \mathbf{Cn}(X)$,

(*ii*) *jeśli* $X \subseteq Y$, *to* $\mathbf{Cn}(X) \subseteq \mathbf{Cn}(Y)$,

(*iii*) $\mathbf{Cn}(\mathbf{Cn}(X)) = \mathbf{Cn}(X)$.

Przyjmuje się, że operacja ***Cn*** spełnia ponadto następujące warunki:

(*) *jeśli* $A \in \mathbf{Cn}_L(X)$, *to* $A \in \mathbf{Cn}(X)$,

(**) $A \in \mathbf{Cn}(X \cup \{B\})$ *wtw* '$B \rightarrow A$' $\in \mathbf{Cn}(X)$,

(***) *jeśli* $A \in \mathbf{Cn}(X)$, *to* $A \in \mathbf{Cn}(Y)$ *dla pewnego skończonego podzbioru Y zbioru X*.

Niech $\boldsymbol{K}$ będzie zbiorem formuł języka *J*. Mówimy, że $\boldsymbol{K}$ jest zbiorem przekonań (*belief set*) wówczas, gdy $\boldsymbol{K}$ spełnia następujący warunek[1]:

($) $\quad\quad \boldsymbol{Cn}(\boldsymbol{K}) \subseteq \boldsymbol{K}$.

Komentarz: Zapraszam na wykład :)

Zauważmy, że na mocy własności (*i*) operacji konsekwencji $\boldsymbol{Cn}$, dla dowolnego zbioru przekonań $\boldsymbol{K}$ zachodzi równość:

$$\boldsymbol{Cn}(\boldsymbol{K}) = \boldsymbol{K}.$$

Uwaga: Dalej milcząco zakładamy, że $\boldsymbol{K}$ jest – syntaktycznie rzecz biorąc - zbiorem formuł języka ***J***. Litery *A, B, C* będą metazmiennymi przebiegającymi zbiór formuł języka *J,* a *X*, *Y* będą metazmiennymi przebiegającymi zbiory formuł języka *J.* Gdy $A \in \boldsymbol{Cn}(X)$, to mówimy, że *A* jest konsekwencją zbioru *X*.

[1] Litery $\boldsymbol{K}$ używam tu za literaturą przedmiotu. Trzeba jednak pamiętać, że $\boldsymbol{K}$ nie oznacza ani operatora wiedzy **K**, ani formuły **K** znanej z logik modalnych, ani modalnej logiki zdań $\boldsymbol{K}$.

## **Rozszerzanie** (*expansion*) zbioru przekonań $\boldsymbol{K}$ za pomocą formuły $A$

Tytułową operację oznacza się symbolem **+**. Definiuje się ją następująco:

$$\boldsymbol{K} + A = \boldsymbol{Cn}(\boldsymbol{K} \cup \{A\})$$

Zauważmy, że operacja rozszerzania <u>nie</u> polega po prostu na "dodaniu" formuły $A$ do zbioru formuł $\boldsymbol{K}$: jej rezultatem będzie nie zbiór $\boldsymbol{K} \cup \{A\}$, lecz zbiór (wszystkich) konsekwencji zbioru $\boldsymbol{K} \cup \{A\}$.

Powstający z ten sposób zbiór spełnia podstawowy warunek domknięcia ($) nakładany na zbiory przekonań, albowiem na mocy własności (*iii*) operacji ***Cn*** mamy:

$$\boldsymbol{Cn}(\boldsymbol{K} + A) \subseteq \boldsymbol{K} + A.$$

## **Kontrakcja** (*contraction*) zbioru przekonań $\boldsymbol{K}$ z uwagi na formułę $A$

Tytułowa operacja ma kilka postaci; omówimy tutaj tylko trzy z nich. Z braku lepszego pomysłu będę używał terminów „kontrakcja$_1$”, kontrakcja$_2$” i „kontrakcja$_3$”. W każdym przypadku symbolem (odpowiedniej) operacji kontrakcji jest $\div$.

Podstawowa intuicja leżąca u podstaw pojęcia "kontrakcji zbioru przekonań z uwagi na formułę" jest następująca. Przypuśćmy, że formuła $A$ jest elementem zbioru przekonań $\boldsymbol{K}$. Jak pamiętamy, wówczas $A \in \boldsymbol{Cn}(\boldsymbol{K})$. Znaczy to, że istnieją: podzbiór $\boldsymbol{K}^*$ lub podzbiory $\boldsymbol{K}_1^*$, $\boldsymbol{K}_2^*$ , ... zbioru $\boldsymbol{K}$ takie, że $A \in \boldsymbol{Cn}(\boldsymbol{K}^*)$ lub $A \in \boldsymbol{Cn}(\boldsymbol{K}_1^*)$, $A \in \boldsymbol{Cn}(\boldsymbol{K}_2^*)$, .... Kontrakcja zbioru przekonań $\boldsymbol{K}$ z uwagi na formułę $A$ polega, mówiąc ogólnie, na takim przekształceniu zbioru $\boldsymbol{K}$, aby $A$ nie było już konsekwencją przekształconego zbioru. Efekt ten można uzyskać na różne sposoby. W każdym przypadku musimy jednak wyeliminować z $\boldsymbol{K}$ pewne jego elementy. Kontrakcje różnych typów różnią się odpowiedzią na pytanie: "Czym jest zbiór wszystkich elementów $\boldsymbol{K}$ podlegających eliminacji?".

Zacznijmy od kontrakcji$_1$. Wprowadźmy pewne pojęcie pomocnicze.

Niech $X$ będzie zbiorem formuł języka $J$, natomiast $A$ będzie formułą tego języka taką, że $A \notin \boldsymbol{Cn}(\varnothing)$. Oznaczmy przez $X \perp A$ rodzinę wszystkich zbiorów formuł języka $J$ taką, że $Y \in X \perp A$ wtw

- $Y \subseteq X$, oraz
- $A \notin \boldsymbol{Cn}(Y)$, oraz
- nie istnieje zbiór formuł $Y'$ rozważanego języka taki, że: (i) $Y \subset Y' \subseteq X$ oraz (ii) $A \notin \boldsymbol{Cn}(Y')$.

Ostatni warunek mówi w istocie, ze $Y$ jest "maksymalnym" podzbiorem $X$-a takim, że $A$ nie jest konsekwencją $Y$ - "maksymalnym" w tym sensie, że $A$ jest „już” konsekwencją każdego rozszerzenia tego podzbioru o jakiś element lub elementy $X$. Innymi słowy: $A$ jest konsekwencją każdego *nadzbioru właściwego* zbioru $Y$.

$X \perp A$ jest rodziną – wszystkich! – takich „maksymalnych” (ze względu na $A$) podzbiorów $X$-a.

Niech $\boldsymbol{K}$ będzie zbiorem przekonań, natomiast $A$ – dowolną ale ustaloną formułą rozważanego języka taką, że $A \notin \boldsymbol{Cn}(\emptyset)$. Operację $\div$ spełniającą warunek:

(1) $\boldsymbol{K} \div A \in \boldsymbol{K} \perp A$

nazywamy *kontrakcją$_1$* zbioru przekonań $\boldsymbol{K}$ z uwagi na formułę $A$.[2]
Kontrakcja$_1$ znana jest w anglojęzycznej literaturze przedmiotu pod nazwą *maxichoice contraction.*

Mówiąc ogólnie, rezultatem kontrakcji$_1$ zbioru przekonań $\boldsymbol{K}$ z uwagi na formułę $A$ będzie zawsze "maksymalny" podzbiór zbioru $\boldsymbol{K}$ taki, że $A$ nie jest "już" konsekwencją tego podzbioru. Takich "maksymalnych" podzbiorów $\boldsymbol{K}$ może być jednak wiele, stąd też mamy – na ogół – wiele, różniących się wynikami, operacji kontrakcji$_1$. Mówiąc dokładniej: istnieje wiele możliwych i konkretnych zarazem operacji na zbiorze przekonań spełniających warunek (1).

---

[2] Dla $A \in \boldsymbol{Cn}(\emptyset)$ mamy warunek: $\boldsymbol{K} \div A = \boldsymbol{K}$. Podobnie dla pozostałych typów kontrakcji.

Komentarz: zapraszam na wykład :)

Można pokazać, że rezultat kontrakcji$_1$ zbioru przekonań sam jest zbiorem przekonań, tj. spełnia warunek domknięcia ($).

Aby zdefiniować kontrakcję$_2$, musimy wprowadzić pojęcie funkcji selekcji (*selection function*).

Niech $\boldsymbol{K}$ będzie zbiorem przekonań. *Funkcją selekcji* dla $\boldsymbol{K}$ nazywamy dowolną funkcję $\gamma$ określoną na zbiorze $\boldsymbol{K}$ i zbiorze (wszystkich) formuł, spełniającą, dla każdej formuły $B$, następujące warunki:

- jeśli $\boldsymbol{K} \perp B \neq \emptyset$, to $\gamma(\boldsymbol{K} \perp B)$ jest niepustym podzbiorem $\boldsymbol{K} \perp B$;
- jeśli $\boldsymbol{K} \perp B = \emptyset$, to $\gamma(\boldsymbol{K} \perp B) = \{\boldsymbol{K}\}$.

Intuicja jest następująca: dla każdej formuły $B$, funkcja $\gamma$ selekcjonuje spośród wszystkich elementów rodziny $\boldsymbol{K} \perp B$ te, które są – jakoś (*sic*!) – "najlepsze". Zauważmy, że $\gamma(\boldsymbol{K} \perp B)$ jest rodziną zbiorów.

Niech teraz $\gamma$ będzie funkcją selekcji dla $\boldsymbol{K}$. Zdefiniujmy pomocniczą operację $\sim\gamma$ na $\boldsymbol{K}$ i zbiorze formuł następująco: dla każdej formuły $B$,

$$\boldsymbol{K} \sim\gamma\, B = \bigcap\gamma(\boldsymbol{K} \perp B).$$

$\boldsymbol{K} \sim\gamma\, B$ jest zatem iloczynem wszystkich zbiorów będących elementami rodziny $\boldsymbol{K} \perp B$ "wyselekcjonowanych" przez funkcję $\gamma$. Zauważmy, że

$\boldsymbol{K} \sim\gamma\, B$ jest (już) zbiorem formuł.

Niech $\boldsymbol{K}$ będzie zbiorem przekonań, natomiast $A$ – dowolną ale ustaloną formułą taką, że $A \notin \boldsymbol{Cn}(\emptyset)$ . Operację $\dot{-}$ spełniającą warunek:

(2) $\boldsymbol{K} \dot{-} A = \boldsymbol{K} \sim\gamma\, A$, *dla pewnej funkcji selekcji dla* $\boldsymbol{K}$

nazywamy *kontrakcją*$_2$ zbioru przekonań $\boldsymbol{K}$ z uwagi na formułę $A$.

W anglojęzycznej literaturze przedmiotu kontrakcja$_2$ nosi nazwę *partial meet contraction*.

Można udowodnić, że kontrakcja$_2$ ma następujące własności (w nawiasach podajemy ich anglojęzyczne nazwy):

- $\mathbf{Cn}(\boldsymbol{K} \div A) \subseteq \boldsymbol{K} \div A$ (*closure*)
- $\boldsymbol{K} \div A \subseteq \boldsymbol{K}$ (*inclusion*)
- *jeśli* $A \notin \boldsymbol{K}$, *to* $\boldsymbol{K} \div A = \boldsymbol{K}$ (*vacuity*)
- *jeśli* $A \notin \mathbf{Cn}(\emptyset)$, *to* $A \notin \mathbf{Cn}(\boldsymbol{K} \div A)$ (*success*)
- *jeśli* $'A \leftrightarrow B' \in \mathbf{Cn}(\emptyset)$, *to* $\boldsymbol{K} \div A = \boldsymbol{K} \div B$ (*extensionality*)
- $\boldsymbol{K} \subseteq (\boldsymbol{K} \div A) + A$ (*recovery*)

Komentarz: zapraszam na wykład :)

Podkreślmy, że – podobnie jak poprzednio - gdy mamy ustalone $\boldsymbol{K}$ oraz $A$, to, na ogół, istnieje wiele, różniących się rezultatami, operacji kontrakcji$_2$ zbioru przekonań $\boldsymbol{K}$ z uwagi na $A$. Powodem jest istnienie wielu funkcji selekcji dla $\boldsymbol{K}$.

Uwaga: $\mathbf{Cn}(\emptyset)$ to, intuicyjnie rzecz biorąc, zbiór tez logiki.

W literaturze przedmiotu analizowano pewne szczególne rodzaje kontrakcji$_2$ (*partial meet contraction*); kwestie te pominiemy.

Aby wprowadzić kolejne pojęcie kontrakcji zbioru przekonań, potrzebujemy pojęcia, dla którego nie wymyślono jeszcze (o ile wiem :)) zgrabnej polskiej nazwy: *epistemic entrenchment*.[3] Zasadnicza intuicja jest następująca: mamy dwa przekonania, *A* i *B*. Powiemy, że *B* jest bardziej "epistemically entrenched" niż *A* wówczas, gdy *B* jest bardziej użyteczne w badaniach czy rozważaniach, czy też ma wyższą "wartość epistemiczną" niż *A*.

Kontrakcja zbioru przekonań z uwagi na daną formułę eliminuje pewne elementy z tego zbioru, mianowicie takie, które są niezbędne, aby "otrzymać" tę formułę. Tutaj, jak widzieliśmy, mamy jednak zawsze wybór. Mówiąc najogólniej, kontrakcja trzeciego rodzaju, kontrakcja$_3$, daje w efekcie eliminację tych – relewantnych z uwagi na rozważaną formułę – elementów wyjściowego zbioru przekonań, które są mniej "epistemically entrenched" niż inne.

Kwestie formalne pominiemy :)

[3] Niezłą propozycją jest jednak *epistemiczne zakorzenienie*.

## **Rewizja** (*revision*) zbioru przekonań $\boldsymbol{K}$ ze względu na formułę $A$

W świetle prezentowanej teorii rewizja (*revision*) zbioru przekonań $\boldsymbol{K}$ ze względu na formułę $A$ sprowadza się do wykonania dwóch operacji:

- najpierw dokonujemy kontrakcji zbioru przekonań $\boldsymbol{K}$ z uwagi na formułę $\neg A$,
- następnie dokonujemy rozszerzenia tak powstającego zbioru przekonań, rozszerzenia za pomocą formuły $A$.

Operację rewizji $*$ zbioru przekonań $\boldsymbol{K}$ ze względu na formułę $A$ możemy zatem określić schematycznie tak:

(4) $\boldsymbol{K} * A = (\boldsymbol{K} \dotdiv \neg A) + A.$

Powyższa równość nosi nazwę identyczności Leviego (*Levi identity*).

Można wykazać, że operacja rewizji prowadzi od zbioru przekonań do zbioru przekonań.

W zależności od tego, którego z pojęć kontrakcji użyjemy w definicji operacji rewizji, otrzymamy operatory rewizji o różnych własnościach. Przykładowo, gdy $\div$ jest operatorem kontrakcji$_2$ (*partial meet contraction*) - zob. slajd 13 - odpowiedni operator rewizji będzie miał m.in. następujące własności:

- $\mathbf{Cn}(\mathbf{K} * A) \subseteq \mathbf{K} * A$ (*closure*)
- $A \in \mathbf{K} * A$ (*success*)
- $\mathbf{K} * A \subseteq \mathbf{K} + A$ (*inclusion*)
- *jeśli* '$\neg A$' $\notin \mathbf{K}$, *to* $\mathbf{K} + A = \mathbf{K} * A$ (*vacuity*)
- *jeśli zbiór* $\{A\}$ *jest niesprzeczny, to* zbiór $\mathbf{K} * A$ *jest niesprzeczny* (*consistency*)
- *jeśli* '$A \leftrightarrow B$' $\in \mathbf{Cn}(\emptyset)$, *to* $\mathbf{K} * A = \mathbf{K} * B$ (*extensionality*)

Wspomnijmy jeszcze na koniec tej części wykładu o jeszcze jednej równości, zwanej *identycznością Harpera*:

$$\boldsymbol{K} \div A = \boldsymbol{K} \cap (\boldsymbol{K} * \neg A)$$

Dostaniemy ją (m.in.) wtedy, gdy $\div$ będzie kontrakcją$_2$ (*partial meet contraction*), natomiast $*$ bedzie operatorem rewizji definiowanym za pomocą identyczności Leviego na bazie kontrakcji$_2$.

Ponieważ:

$$\boldsymbol{K} * \neg A = (\boldsymbol{K} \div \neg\neg A) + \neg A = (\boldsymbol{K} \div A) + \neg A$$

zatem jako wniosek z identyczności Harpera mamy:

$$\boldsymbol{K} \div A = \boldsymbol{K} \cap ((\boldsymbol{K} \div A) + \neg A)$$

Komentarz zostanie podany na wykładzie :)

## **Bazy przekonań** (*belief bases*)

Bazy przekonań są zbiorami zdań/ formuł. Zasadnicza różnica między pojęciem zbioru przekonań a pojęciem bazy przekonań jest następująca: na bazę przekonań nie nakładamy warunku domknięcia względem operacji konsekwencji. Tak więc gdy ***B*** jest bazą przekonań, to niekoniecznie jest tak, że ***Cn***(***B***) $\subseteq$ ***B***, tj. nie musi być tak, że wszystkie konsekwencje ***B*** są elementami ***B*****.** Jednakże w przypadku podejścia korzystającego z baz przekonań bycie konsekwencją jest kryterium bycia przekonaniem charakteryzowanym przez daną bazę. Dla dowolnej ale ustalonej bazy przekonań ***B*** mamy zatem:

- przekonania *bazowe,* tj. elementy ***B***, oraz
- przekonania *tylko wyprowadzone*, tj. elementy zbioru ***Cn***(***B***) nie będące jednocześnie elementami zbioru ***B***.

Chociaż nie jest to wymóg definicyjny, w praktyce rozważa się zwykle bazy przekonań będące skończonymi zbiorami zdań/ formuł. Dodajmy: "niezbyt obszernymi" zbiorami.

Każda baza przekonań $\boldsymbol{B}$ ma dokładnie jedno rozszerzenie będące zbiorem przekonań – jest nim zbiór $\boldsymbol{Cn}(\boldsymbol{B})$. Jednakże dany zbiór przekonań może być reprezentowany przez wiele baz przekonań. Przykładowo, mamy[4]:

$$\boldsymbol{Cn}(\{p, p \leftrightarrow q\}) = \boldsymbol{Cn}(\{p, q\})$$

jednakże bazy przekonań $\{p, q\}$ oraz $\{p, p \leftrightarrow q\}$ są różne.

Mówimy, że bazy przekonań $\boldsymbol{B}$ i $\boldsymbol{B'}$ są *statycznie równoważne* wtw $\boldsymbol{Cn}(\boldsymbol{B}) = \boldsymbol{Cn}(\boldsymbol{B'})$. Statycznie równoważne bazy przekonań nie muszą być jednak *dynamicznie równoważne*, tj. prowadzone na nich operacje zmian mogą dać w efekcie różne bazy przekonań. Oto nieprzyzwoicie prosty przykład. Rewizja bazy przekonań $\{p, q\}$ przeprowadzona z uwagi na $\neg p$ da nam:

$$\{\neg p, q\},$$

podczas gdy rewizja bazy przekonań $\{p, p \leftrightarrow q\}$ przeprowadzona z uwagi na to samo $\neg p$ daje:

$$\{\neg p, p \leftrightarrow q\}.$$

[4] Rzecz jasna zakładając, że $\boldsymbol{Cn} = \boldsymbol{Cn_L}$, co niniejszym czynimy.

Podstawowe operacje na bazach przekonań to, podobnie jak w przypadku zbiorów przekonań, rozszerzanie, kontrakcja i rewizja.

Rozszerzenie bazy przekonań $\boldsymbol{B}$ za pomocą formuły $A$ to – po prostu! – zbiór $\boldsymbol{B} \cup \{A\}$.

Pojęcie kontrakcji$_2$ można zdefiniować dla baz przekonań w analogiczny sposób, jak dla zbiorów przekonań. Jego (niektóre) własności będą jednak odmienne. Przykładowo, dla baz przekonań <u>nie</u> zachodzi odpowiednik zasady *recovery*: $\boldsymbol{K} \subseteq (\boldsymbol{K} \div A) + A$.

Ponieważ w przypadku baz przekonań nie obowiązuje zasada domknięcia, rewizji (dowolnej) bazy wiedzy ***B*** ze względu na formułę $A$ można dokonać dwojako:

- najpierw dokonując kontrakcji bazy ***B*** z uwagi na formułę $\neg A$, a następnie rozszerzając uzyskany wynik za pomocą formuły $A$;

  (*rewizja wewnętrzna*)

- najpierw rozszerzając bazę ***B*** za pomocą formuły $A$, a następnie dokonując kontrakcji uzyskanego wyniku z uwagi na formułę $\neg A$.

  (*rewizja zewnętrzna*)

Możemy zatem zdefiniować, w terminach rozszerzania i kontrakcji, dwa typy rewizji baz przekonań.

Komentarz: zapraszam na wykład :)

***

To oczywiście nie wszystko. Pominęliśmy:

- operację konsolidacji,
- problematykę tzw. *non-prioritized belief change*,
- problematykę tzw. *epistemic residues,*
- charakterystykę globalnych operacji na zbiorach/ bazach przekonań (z jednym wyjątkiem, mianowicie kontrakcji$_2$),
- oraz wiele innym wątków obecnych w literaturze przedmiotu.

Żywię – niepłonną – nadzieję, że zostanie mi to przez Państwa wybaczone :)